Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

ОБОСНОВАНИЕ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ: СИСТЕМНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД

https://doi.org/10.5281/zenodo.19534524

Кадиров Каримхан Нуритдинович
Главный преподаватель математики
Академический лицей Филиал РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина

Аннотация: *В статье предлагается системно-методологическое обоснование современных математических концепций и методик преподавания для академического лицея. Показано, что проблема обоснования современной математики целесообразно переносится с узко-логического уровня на методологический: важны не только формальные доказательства, но и система практик, обеспечивающих надёжность, проверяемость и «обозримость» рассуждений (включая роль компьютерных методов).* [3] *Системно-методологический подход трактуется как особая установка, регулирующая выбор объектов исследования, средств и процедур; в дидактике он задаёт принципы конструирования «сети понятий», проектирования учебных задач (реперных и проблемных), включения моделирования и формирующего оценивания.* [4]

Ключевые слова: *современная математика; обоснование; системный подход; системно-методологический подход; математическое образование; академический лицей; компетенции; моделирование; формирующее оценивание.*

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Введение

В школьно-лицейской практике часто сохраняется «традиционная» логика: тема → формулы → тренинг однотипных задач → контроль. Такая схема даёт оперативный результат, но плохо отвечает на вопросы: *зачем* вводится понятие, *какие границы* его применимости, *почему* метод работает, *как* тема связана с другими разделами и приложениями. В результате у сильных учащихся появляется фрагментарность («знаю техники, но не понимаю системы»), а у средних — механистичность («решаю по шаблону»), что снижает математическую грамотность как способность рассуждать, формулировать и интерпретировать математику в реальных контекстах. [6]

Поскольку конкретный лицей/регион и параллель не указаны, далее предполагается типичная ситуация: обучение в академическом лицее/среднем специальном звене, где образование строится на базе девятилетнего обучения и предусматривает углубление и дифференциацию подготовки. Это согласуется с формулировками государственного стандарта среднего специального образования: обучение в академических лицеях организуется на основе базового девятилетнего образования и ориентировано на углублённую и личностно-направленную подготовку. [7]

«Философская суть такого подхода к обоснованию математики состоит в переводе проблемы обоснования с логического уровня на методологический». [8] **Цель статьи.** Обосновать современные математические концепции и методики преподавания с системно-методологической точки зрения и предложить практические рекомендации, применимые на уроках математики в лицее (включая примеры заданий и подходы к оцениванию). [9] Теоретическая часть **Системно-методологический подход: что это в строгом (но учительском) смысле.** В философско-методологической литературе системный подход трактуется не как «просто рассматривать всё в целом», а как особая установка, задающая направление исследования, выбор объектов и средств. В одной из влиятельных формулировок, на которую опираются исследования по обоснованию математики, системный подход — это «особая методологическая установка», регулирующая выбор объектов и средств для их изучения. [10] Классическая отечественная линия системного мышления (как логико-методологическая программа) развивалась в работах **И. В. Блауберг**[11] и **Э. Г. Юдин**[12], где системный подход описывается как методологическая функция по отношению к конкретно-научному знанию и как средство анализа

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

сложных объектов. [13]
В рамках системного анализа (в прикладно-методологическом ключе) важны процедуры: постановка цели, выделение элементов и связей, описание функций, входов/выходов, ограничений и механизма обратной связи. Подробный инструментарий такого анализа представлен, например, у **А. И. Ракитов**[14] и соавторов. [15]
От “системного” к “системно-методологическому”. Системно-методологический подход возникает там, где объектом становится не только «система знания», но и *методы её развития, проверки и применения* (то есть анализируется «как работает знание»). В исследованиях по философии математики эта позиция выражена особенно ясно: предлагается рассматривать программы обоснования как элементы системы, которые исторически конкурируют и кооперируются, а критерий их оценки смещается к полезности и эффективности в обеспечении надёжности математической практики. [16] **Философско-методологические основания современной математики.** Исторический «кризис оснований» (парадоксы теории множеств на рубеже XIX–XX вв.) стимулировал появление программ обоснования — логицизма, формализма и интуиционизма — и дальнейшее развитие конструктивных идей. [17]
В рамках системно-методологического синтеза ключевой тезис таков: современные программы обоснования не устраняют друг друга, а образуют системную конфигурацию (в одной влиятельной версии — «триаду»: формализм, платонизм, интуиционизм), где каждая линия закрывает собственный класс рисков и поддерживает определённые практики математического мышления. [18
Почему нельзя ограничиться “чистым формализмом”: роль результатов Гёделя. Теоремы о неполноте показывают пределы доказуемости в достаточно сильных формальных системах: существуют утверждения, которые в системе нельзя ни доказать, ни опровергнуть (при её непротиворечивости), а также невозможность доказать непротиворечивость арифметики средствами самой арифметики. [19]
Это не «отмена» формализации, а методологическое уточнение: формальные средства — мощный инструмент, но они не исчерпывают практику математики; требуется мета-уровень (выбор аксиом, анализ моделей, методы интерпретации и применения). Именно здесь системно-методологический взгляд становится продуктивным для образования: он объясняет учащимся, почему математика «строга», но не «механична». [20] **Современные тенденции “после классического спора”: структурный и категориальный поворот.** В философии математики усиливается структурный ракурс: важны не «внутренние природы объектов», а их

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

структурные свойства и место в системе отношений. Это выражено в направлениях математического структуризма. [21] Параллельно категория теории подчеркивает морфизмы, функторы и связи между структурами; она рассматривается как альтернативный (или дополняющий) язык оснований по отношению к теории множеств и как средство «сшивки» разделов математики. [22] Для лицейского курса эти тенденции важны не как «университетская философия», а как методическая идея: учить видеть *отношения, преобразования и инварианты*, а не только вычислительные алгоритмы. [23] **Методологическая “переводимость” в образование: связь со стандартами и компетенциями.** Государственный стандарт среднего специального образования в **Узбекистан[24]** использует компетентностный язык: компетенция понимается как совокупность знаний, умений, навыков и личностных качеств; фиксируются понятия образовательной программы, результатов обучения и механизмов оценивания. [7] Практический вывод: системно-методологический подход задаёт «матрицу» проектирования урока под компетентностные результаты: (1) содержательные ядра (понятия/теоремы), (2) способы деятельности (доказательство, моделирование, вычисление), (3) контексты применения (задачные ситуации), (4) оценивание как обратная связь. [25]

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Источник (тип)	Краткая аннотация и педагогическая ценность
«O‘rta maxsus ta’limning davlat ta’lim standarti» (2024) (нормативный документ) [7]	Задаёт цели и принципы среднего специального образования, фиксирует понятия «компетенция», «результаты обучения», рамку оценивания; полезен для построения уроков «от результатов» и согласования с требованиями академического лицея.
А. Р. Роишев[35]. «Algebra va matematik analiz asoslari» (2009) (пособие) [43]	Ориентировано на академические лицеи и колледжи; структура «параграф → примеры → упражнения» облегчает построение реперных задач и дифференциацию практики.
Коллектив авторов (ред.) «Algebra va matematik analiz asoslari» (I–II) (2001/2008) (учебник) [44]	Учебник по алгебре и анализу для академических лицеев/колледжей; позволяет проектировать «сеть понятий» (функции, производная, интеграл) через связи представлений и задач.
Коллектив авторов. «Matematika. 2-qism» (2003/2014) (учебное пособие) [45]	Подчеркивает связь содержания с утверждённой программой и даёт массив прикладных задач; полезно для модуля «моделирование» и контекстных заданий.
С. Алихонов[38]. «Matematika o‘qitish metodikasi» (2011) (учебник для подготовки учителя) [46]	Описывает цели, формы, методы и средства обучения математике; служит базой для системного проектирования урока, подбора методов объяснения и контроля.
«Matematika o‘qitish metodikasi» (учебно-методический материал, 2011) (ресурс) [47]	Содержит задания, связанные с анализом DTS, учебных планов и программ; полезен учителю для “упаковки” нормативных требований в структуру занятия и самостоятельной работы учащихся.
Н. Курбонов[40]. Автореферат PhD (математика), 2024 (диссертация) [48]	Предлагает методические решения по обучению нестандартным/специальным способом решаемым задачам; ценен для углублённого уровня и олимпиадной/исследовательской подготовки.
Н. Сафарова[41]. Автореферат PhD, 2024 (диссертация) [49]	Модель развития профессиональной компетентности будущего учителя через современные технологии; даёт язык «модель–критерии–уровни», удобный для построения оценочных рубрик.
Автореферат о	Описывает развитие самостоятельности,

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Источник (тип)	Краткая аннотация и педагогическая ценность
«Temurbeklar maktabi» (академический лицей), 2025 (диссертация/автореф.) [50]	рефлексии и сотрудничества через электронные ресурсы и критерии оценивания; применимо как шаблон для самостоятельных модулей по математике.
Программа математики (IX класс), Республиканский образовательный центр (2018) (учебная программа) [51]	Показывает логику содержания и объяснительную записку; полезна для преемственности «школа → лицей» и для определения входных результатов учащихся.

1-Таблица. Узбекских источников с краткой аннотацией

Параметр	Традиционный подход	Системно-методологический подход
Образ математики	Набор тем и приёмов решения	Целостная система понятий, методов и практик доказательства/моделирования [52]
Роль определения и теоремы	«Нужно выучить и применить»	Ядро понятия + связи с другими концептами + границы применимости; теорема как инструмент объяснения, а не только «факт» [53]
Тип задач	Преимущественно тренировочные одношаговые	Система задач: реперные (освоение), вариативные (перенос), проблемные (открытие), контекстные (моделирование) [54]
Доказательство	Часто как «формальный ритуал»	Доказательство как модель аргументации (структура, допущения, проверка); обсуждение обозримости и проверяемости [55]
Компьютер и инструменты	Дополнение «для наглядности»	Осознанный элемент практики: проверка гипотез, визуализация, вычисления; обсуждение доверия к инструменту [56]
Оценивание	Оценка результата («верно/неверно»)	Оценка процесса и результата (критерии для рассуждения, модели, коммуникации); формирующее оценивание как обратная связь [57]

2-Таблица. Сравнение подходов: традиционный и системно-методологический

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Принципы проектирования урока в системно-методологической логике.

Принцип “понятие как узел системы”. При планировании темы учитель фиксирует: (1) *ядро* (определение/смысл), (2) *репрезентации* (символическая, графическая, табличная, словесная), (3) *операции* (преобразования, алгоритмы), (4) *связи* (какие темы «входят» и «выходят»), (5) *критерий надёжности* (какой тип проверки уместен: доказательство, вычислительная проверка, эксперимент/моделирование). [58]

Принцип “три модальности обоснования на уроке” (дидактическая интерпретация триады).

- *Формальная модальность*: строгие правила, доказательства, преобразования.
- *Конструктивная модальность*: алгоритм, построение, получение результата «в явном виде».
- *Структурно-онтологическая модальность*: обсуждение объекта как идеальной структуры и того, что сохраняется при преобразованиях.

Такой трёхходовый дизайн (в миниатюре) соответствует идее системного синтеза программ обоснования и позволяет избежать перекоса «только формально» или «только прикладно». [59]

Принцип “задача как элемент системы обучения”. В лицее полезно выстраивать не список упражнений, а систему задач: 1) реперные (минимальный стандарт), 2) вариативные (изменение параметров), 3) проблемные (появление нового способа), 4) контекстные (модель реальной ситуации), 5) рефлексивные (объяснить метод и границы). Классификация проблемных задач в узбекоязычной методической статье показывает, что проблемность может возникать на уровне темы, решения задач, построений, доказательств и исторических ситуаций. [60]

Оценивание в системно-методологической рамке

Почему нужно критериальное и формирующее оценивание. Исследования по formative assessment (формирующему оцениванию) показывают, что регулярная обратная связь и включение учащихся в самооценку дают устойчивые эффекты в обучении: основной механизм — усиление обратной связи и изменение роли ошибки (ошибка как ресурс обучения, а не только основание для санкции). [68]

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Пример минимальной рубрики для лицейской задачи (4 критерия, 0–2 балла каждый):
1) *Модель/план:* выделены данные, цель, допущения (0–2).
2) *Корректность преобразований/вычислений:* логика и аккуратность (0–2).
3) *Аргументация:* объяснён выбор метода/шагов, указаны условия применимости (0–2).
4) *Интерпретация результата:* ответ со смыслом, обсуждены ограничения (0–2).

Такая схема согласуется с компетентностной логикой стандартов (результат обучения как оцениваемые компетенции) и делает "методологический слой" предметом обучения. [61]

Критический анализ предложенного подхода. Сильная сторона системно-методологического подхода — объяснительная мощность: он позволяет учителю (и ученику) видеть, *почему* тема включена в курс, *как* она связана с другими темами, *какие риски* снимает строгость и *где* находятся границы применимости методов. Это соответствует современному пониманию математической грамотности как умения рассуждать, моделировать и интерпретировать. [69]

Ограничения внедрения в лицее. Во-первых, подход требует времени на проектирование «системы задач» и формулировку критериев оценивания; это повышает нагрузку на учителя. Во-вторых, возможен конфликт с ожиданиями учащихся и родителей, ориентированных на "быстрый результат" в виде тестовых баллов; здесь полезно вводить изменения постепенно, начиная с 1–2 элементов (например, рефлексивный вопрос и мини-рубрика). [57]

Технологический фактор (компьютерные методы). В философии математического образования подчёркивается проблема правомерности компьютерных методов и «обозримости доказательств», а в международных рамках школьной математики усиливается акцент на вычислительном мышлении. Это означает, что учителю важно не просто использовать цифровые инструменты, а обсуждать с учениками доверие к инструменту: что именно проверяет программа, какие ограничения у численных методов, где нужна теоретическая аргументация. [56]

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Перспективы.

Перспективным направлением выглядит интеграция: (1) системно-методологического проектирования урока, (2) задачного моделирования (в том числе межпредметного), (3) формирующего оценивания как постоянной обратной связи. В узбекском контексте готовые «кирпичики» для этого уже присутствуют: стандарты и определённость компетенций, учебники и пособия для академических лицеев, а также диссертационные модели (включая критерии и уровни сформированности компетенций). [70]

Выводы и практические рекомендации

Выводы.

1) Обоснование современной математики продуктивно рассматривать как системно-методологическую задачу: надёжность математического знания поддерживается системой методов, практик и критериев применимости, а не только формальной логикой. [71]

2) Для лицейского преподавания системно-методологический подход даёт прозрачную дидактическую модель: «ядро понятия → сеть связей → система задач → проверка/доказательство → моделирование → рефлексия → оценивание». [25]

3) Узбекская нормативная и учебно-методическая база (DTS, пособия и учебники для академических лицеев, авторефераты диссертаций) предоставляет достаточные основания для практического внедрения: учителю не нужно “изобретать всё с нуля”, важно методически переупаковать имеющиеся ресурсы в системный дизайн. [72]

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Министерство высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан. «O‘rta maxsus ta’limning davlat ta’lim standarti» (2024).
2. Н. В. Михайлова «Системный синтез программ обоснования современной математики» (монография, 2008).
3. Статья о генезисе программ обоснования (логицизм, интуиционизм, формализм) (2006).
4. Материалы о методологической функции философии математического образования и системно-методологическом подходе (2017).
5. И. В. Блауберг, Э. Г. Юдин. «Становление и сущность системного подхода» (1973).
6. А. И. Ракитов и др. «Системный анализ и аналитические исследования» (2009).
7. В. Н. Садовский. «Основания общей теории систем» (1974).
8. Г. П. Щедровицкий. Публикации по методологическому анализу педагогических исследований (доступные электронные издания).
9. OECD. PISA 2022 Mathematics Framework: определение математической грамотности и роль вычислительного мышления.
10. Stanford Encyclopedia of Philosophy. Hilbert’s Program; Gödel’s incompleteness; Structuralism in Mathematics; Category Theory; Philosophy of Mathematics (справочные статьи).
11. П. Блэк, Д. Уильям. Inside the Black Box / Assessment and Classroom Learning (формирующее оценивание).
12. М. А. Пинская. Методические материалы по формирующему внутриклассному оцениванию (2010).
13. С. Алихонов. «Matematika o‘qitish metodikasi» (2011) и связанные материалы по подготовке учителя математики.
14. А. Р. Роишев. «Algebra va matematik analiz asoslari» (kasb-hunar kollejlari va akademik litseylar uchun) (2009).
15. Коллектив авторов. «Algebra va matematik analiz asoslari» (академические лицеи и колледжи; издания 2001/2008).
16. Коллектив авторов. «Matematika. 2-qism» (академические лицеи и колледжи; издания 2003/2014).
17. Н. Курбонов. Автореферат PhD (13.00.02 — методика обучения математике): методика обучения задачам специального способа решения (2024).
18. Н. Сафарова[41]. Автореферат PhD: развитие профессиональной компетентности будущих учителей современными образовательными технологиями (2024).

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

19. Автореферат (академический лицей «Temurbeklar maktabi»): развитие компетенций самостоятельной работы через электронные ресурсы (2025).

20. Республиканский образовательный центр. Учебная программа по математике (IX класс, 2018) — для анализа преемственности школа→лицей.

21. Узбекоязычная методическая публикация о типах проблемного обучения в математике (2022).