



ISSIQLIK TARQALISH INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMALARINING NAZARIY ASOSLARI

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20531780>

Ernapasov Umrbek Iloxovich

Osiyo Xalqaro Universiteti 1-kurs magistranti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalarining nazariy asoslari, ularning matematik va fizik mazmuni hamda amaliy qo'llanilish jihatlari yoritilgan. Integro-differensial tenglamalarning issiqlik almashinuvi jarayonlarini modellashtirishdagi ahamiyati, integral operatorlarning roli, yadro funksiyalarining xususiyatlari va yechimlarning mavjudligi masalalari tahlil qilingan. Shuningdek, sonli usullar, nolinear modellar, spektral analiz va kasr tartibli hosilalarga asoslangan zamonaviy yondashuvlarning ilmiy ahamiyati ko'rsatib berilgan.*

Kalit so'zlar: *issiqlik, tarqalish, integro-differensial, tenglama, modellashtirish, integral, operator, diffuziya, temperatura, yadro, funksiya, analiz, spektral, algoritm.*

Abstract: *This article discusses the theoretical foundations of integro-differential equations of heat propagation, their mathematical and physical essence, as well as practical application aspects. The importance of integro-differential equations in modeling heat transfer processes, the role of integral operators, the properties of kernel functions, and the existence of solutions are analyzed. In addition, the scientific significance of modern approaches based on numerical methods, nonlinear models, spectral analysis, and fractional derivatives is highlighted.*

Key words: *heat, propagation, integro-differential, equation, modeling, integral, operator, diffusion, temperature, kernel, function, analysis, spectral, algorithm.*

Аннотация: *В данной статье рассмотрены теоретические основы интегро-дифференциальных уравнений распространения тепла, их математическое и физическое содержание, а также практические аспекты применения. Проанализировано значение интегро-дифференциальных уравнений в моделировании процессов теплообмена, роль интегральных операторов, свойства ядерных функций и вопросы существования решений. Также показана научная значимость современных подходов, основанных на численных методах, нелинейных моделях, спектральном анализе и дробных производных.*

Ключевые слова: *тепло, распространение, интегро-дифференциальный, уравнение, моделирование, интеграл, оператор, диффузия, температура, ядро, функция, анализ, спектральный, алгоритм.*



KIRISH

Zamonaviy ilm-fan taraqqiyoti matematik modellashtirish usullarining rivojlanishi bilan chambarchas bog'liq hisoblanadi. Ayniqsa, fizik jarayonlarni matematik tenglamalar yordamida ifodalash va ularni tahlil qilish bugungi kunda muhim ilmiy yo'nalishlardan biri sifatida qaralmoqda. Tabiatda uchraydigan ko'plab jarayonlar, jumladan issiqlik almashinuvi, energiya uzatilishi va diffuziya hodisalari murakkab qonuniyatlarga ega bo'lib, ularni aniq o'rganish uchun zamonaviy matematik usullardan foydalanish talab etiladi. Shu jihatdan differensial va integro-differensial tenglamalar turli fizik hamda texnik jarayonlarni tavsiflashda muhim nazariy asos vazifasini bajaradi.

Issiqlik tarqalish jarayonlari inson faoliyatining ko'plab sohalarida uchraydi. Sanoat korxonalarini, energetika tizimlari, qurilish texnologiyalari, elektron qurilmalar va tabiiy muhitlarda issiqlik almashinuvi doimiy ravishda sodir bo'ladi. Ushbu jarayonlarni chuqur tahlil qilish texnologik tizimlarning samaradorligini oshirish, energiya sarfini kamaytirish va xavfsizlikni ta'minlashda katta ahamiyatga ega. Shu sababli issiqlik tarqalish jarayonlarini matematik modellashtirish masalasi zamonaviy ilm-fanning dolzarb yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Integro-differensial tenglamalar murakkab fizik jarayonlarni yanada aniqroq ifodalash imkonini beruvchi matematik apparat hisoblanadi.

Bunday tenglamalar differensial va integral amallarni o'zida birlashtirib, tizimning nafaqat joriy holatini, balki oldingi vaqt oraliqidagi holatlarini ham hisobga olish imkonini beradi. Shu sababli ular issiqlik tarqalishi, diffuziya, tebranish va boshqa ko'plab jarayonlarni tadqiq etishda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, zamonaviy texnologik tizimlarning murakkablashuvi integro-differensial modellarni yanada muhimlashtirmoqda.

Bugungi kunda integro-differensial tenglamalar nazariyasi matematik analiz, hisoblash matematikasi va fizik modellashtirishning muhim tarkibiy qismiga aylangan. Ushbu tenglamalarni o'rganish orqali murakkab jarayonlarning matematik tavsifi, yechimlarning mavjudligi, barqarorligi va sonli hisoblash usullari tadqiq qilinadi. Bu esa nafaqat nazariy matematikaning rivojlanishiga, balki amaliy masalalarni samarali hal qilishga ham xizmat qiladi. Shu sababli issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalarining nazariy asoslarini o'rganish zamonaviy matematika va fizikaning muhim hamda dolzarb yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

ASOSIY QISM

Issiqlik tarqalish jarayonlari tabiat va texnikadagi eng muhim fizik hodisalardan biri bo'lib, u energiyaning bir muhitdan ikkinchi muhitga yoki bir nuqtadan boshqa nuqtaga uzatilishini ifodalaydi. Ushbu jarayonlarni matematik jihatdan tadqiq qilish issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasining



shakllanishiga olib kelgan. Klassik issiqlik tenglamalari ko'plab oddiy fizik jarayonlarni tavsiflash imkonini bersa-da, murakkab tizimlarda issiqlik almashinuvi ko'pincha integral bog'lanishlar bilan birgalikda yuzaga keladi. Shu sababli zamonaviy matematik modellashtirishda integro-differensial tenglamalardan foydalanish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Bunday tenglamalar nafaqat muayyan vaqtdagi holatni, balki tizimning avvalgi holatlarining hozirgi jarayonga ta'sirini ham hisobga olish imkonini beradi. Ayniqsa, xotira effektiga ega materiallarda issiqlik tarqalishini oddiy differensial tenglamalar yordamida to'liq ifodalash qiyin bo'lgani sababli integro-differensial modellar samarali vosita hisoblanadi.

Issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalarining nazariy asoslari matematik analiz va fizik qonunlarga tayanadi. Issiqlik oqimining asosiy qonunlaridan biri Fure qonuni bo'lib, unga ko'ra issiqlik oqimi temperatura gradientiga proporsional ravishda tarqaladi. Mazkur qonun asosida hosil qilingan issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamalari vaqt va fazo bo'yicha temperatura taqsimotini aniqlash imkonini beradi. Biroq real muhitlarda issiqlik uzatilishi ko'pincha murakkab ichki bog'lanishlar va tashqi ta'sirlar bilan bog'liq bo'ladi. Shu holatlarda integral hadlarni o'z ichiga olgan tenglamalar qo'llaniladi. Integral operatorlar fizik tizimning oldingi holatlariga bog'liqligini ifodalab, jarayonning tarixiy xususiyatlarini

hisobga oladi. Natijada matematik model yanada aniqroq va real jarayonlarga yaqinlashgan bo'ladi.

Integro-differensial tenglamalarda yadro funksiyasi muhim o'rin tutadi. Ushbu funksiya tizimning xotira xususiyatlarini va vaqt davomida ta'sir etuvchi omillarni tavsiflaydi. Yadro funksiyasi orqali issiqlikning oldingi vaqt oraliq'idagi taqsimoti hozirgi temperatura holatiga qanday ta'sir ko'rsatishi aniqlanadi. Bu esa ayniqsa viskoelastik materiallar, kompozit muhitlar va biologik tizimlarda katta ahamiyatga ega. Chunki bunday muhitlarda energiya bir zumda emas, balki ma'lum vaqt davomida uzatiladi. Shuning uchun integro-differensial tenglamalar oddiy issiqlik tenglamalariga nisbatan fizik jarayonlarni chuqurroq tavsiflash imkonini beradi. Ushbu modellar yordamida issiqlikning kechikkan tarqalishi, energiya saqlanish qonunlari hamda muhitning ichki strukturasi bog'liq jarayonlar tahlil qilinadi.

Issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalarini tadqiq qilishda yechimlarning mavjudligi va yagonaligi masalasi alohida ilmiy ahamiyatga ega. Matematik nuqtai nazardan har qanday fizik modelning ishonchliligi uning yechimi mavjud bo'lishi va yagona aniqlanishi bilan belgilanadi. Shu sababli funksional analiz, operatorlar nazariyasi va integral tenglamalar nazariyasi asosida ushbu tenglamalarning fundamental xossalari o'rganiladi. Ko'plab hollarda Fredgolm va Volterra tipidagi integral operatorlar qo'llanilib, ular yordamida



tenglamalarning yechimlari aniqlanadi. Bundan tashqari, chegaraviy va boshlang'ich shartlarning to'g'ri tanlanishi ham yechimlarning barqarorligiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Agar chegaraviy shartlar noto'g'ri berilsa, fizik jarayon noto'g'ri modellashtirilishi mumkin. Mazkur tenglamalarni analitik usullar yordamida yechish har doim ham mumkin bo'lavermaydi. Shu sababli sonli usullar katta ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, chekli ayirmalar usuli, chekli elementlar usuli, iteratsion algoritmlar va kompyuter modellashtirish texnologiyalari issiqlik tarqalish jarayonlarini hisoblashda keng qo'llaniladi. Sonli modellashtirish yordamida murakkab geometrik shakllarga ega obyektlarda issiqlik taqsimotini aniqlash, yuqori haroratli tizimlarni nazorat qilish va energiya yo'qotilishlarini kamaytirish mumkin bo'ladi. Zamonaviy kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi integro-differensial tenglamalarni tezkor va aniq hisoblash imkoniyatlarini kengaytirdi. Natijada ilmiy tadqiqotlar bilan bir qatorda sanoat va texnologik jarayonlarda ham ushbu modellar samarali qo'llanilmoqda.

Integro-differensial issiqlik tenglamalari energetika va sanoatning turli sohalarida keng qo'llaniladi. Masalan, metallurgiyada metallarning qizishi va sovishi jarayonlarini nazorat qilishda, qurilish materiallarining issiqlik o'tkazuvchanligini aniqlashda hamda elektron qurilmalarni sovitish tizimlarini ishlab chiqishda ushbu modellar muhim

ahamiyat kasb etadi. Bundan tashqari, biologik tizimlarda, jumladan inson organizmidagi issiqlik almashinuvi jarayonlarini o'rganishda ham integro-differensial tenglamalardan foydalaniladi. Tibbiyotda lazer terapiyasi, ultratovush texnologiyalari va termik davolash usullarini takomillashtirishda issiqlik tarqalish modellarining roli katta hisoblanadi.

Shuningdek, zamonaviy nano-texnologiyalar va kompozit materiallar ishlab chiqarishda issiqlik jarayonlarini aniq modellashtirish zarurati yanada ortmoqda. Nanoo'lchamdagi tizimlarda issiqlik tarqalishi klassik qonunlardan sezilarli darajada farq qilishi mumkin. Shu sababli bunday jarayonlarni tavsiflash uchun integro-differensial tenglamalar asosidagi yangi matematik modellar ishlab chiqilmoqda. Bu esa ilmfan taraqqiyoti bilan birga zamonaviy texnologik tizimlarning samaradorligini oshirishga xizmat qilmoqda. Demak, issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalari murakkab fizik jarayonlarni matematik modellashtirishning eng muhim vositalaridan biri hisoblanadi. Ularning nazariy asoslarini chuqur o'rganish issiqlik almashinuvi bilan bog'liq ko'plab ilmiy va amaliy muammolarni hal qilishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalarini o'rganishda spektral analiz usullari ham muhim o'rin egallaydi. Ushbu usullar yordamida tenglamalarning xos qiymatlari va xos funksiyalari aniqlanib, murakkab issiqlik



jarayonlarining ichki strukturasi tahlil qilinadi. Spektral usullar ayniqsa chegaralangan muhitlarda issiqlik tarqalishini tadqiq etishda samarali hisoblanadi. Chunki real texnik qurilmalarda issiqlik ko'pincha ma'lum geometrik chegaralar ichida tarqaladi va bu jarayon chegaraviy shartlarga kuchli bog'liq bo'ladi. Spektral tahlil yordamida temperatura maydonining vaqt davomida o'zgarishi, issiqlikning so'nish tezligi va energiyaning muhit bo'ylab taqsimlanish qonuniyatlari aniqlanadi. Bunday tahlillar energetik tizimlar, issiqlik almashinish apparatlari va yuqori aniqlik talab qilinadigan sanoat qurilmalarini loyihalashda muhim amaliy natijalar beradi. Bundan tashqari, integro-differensial tenglamalarda nolinear jarayonlarni tadqiq qilish ham dolzarb ilmiy masalalardan biri hisoblanadi. Ko'plab fizik tizimlarda issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsienti temperaturaga bog'liq holda o'zgaradi, bu esa tenglamaning nolinear ko'rinishga kelishiga sabab bo'ladi. Nolinear integro-differensial tenglamalar oddiy chiziqli modellarga nisbatan ancha murakkab bo'lib, ularni tadqiq qilishda maxsus matematik metodlar qo'llaniladi. Ayniqsa, bifurkatsiya nazariyasi, variatsion usullar va iteratsion yaqinlashish metodlari yordamida bunday tenglamalarning xatti-harakatlari o'rganiladi. Nolinearlik issiqlikning notekis tarqalishi, kritik nuqtalarning hosil bo'lishi va ba'zi hollarda fizik tizimning barqaror holatdan chiqib ketishiga olib kelishi mumkin. Shu

sababli ushbu masalalarni tadqiq qilish zamonaviy matematikaning eng murakkab va qiziqarli yo'nalishlaridan biri sanaladi.

Issiqlik tarqalish jarayonlarini modellashtirishda kasr tartibli integro-differensial tenglamalar ham keng qo'llanilmoqda. Kasr tartibli hosilalar klassik hosilalarga qaraganda murakkab tizimlarning xotira va davomiylik xususiyatlarini aniqroq ifodalash imkonini beradi. Bunday modellar ayniqsa anomal diffuziya jarayonlarini o'rganishda samarali hisoblanadi. Anomal diffuziya oddiy issiqlik tarqalishidan farqli ravishda muhitning ichki tuzilishi yoki tashqi ta'sirlar sababli notekis va murakkab xarakterga ega bo'ladi. Kasr tartibli modellar biologik muhitlar, yer osti qatlamlari, polimer materiallar va nanozarralar bilan bog'liq jarayonlarni tadqiq qilishda muhim ahamiyat kasb etmoqda. Shu bilan birga, kasr tartibli integro-differensial tenglamalar nazariyasi hozirgi kunda jadal rivojlanayotgan ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi.

Zamonaviy ilmiy tadqiqotlarda issiqlik tarqalish tenglamalarini sun'iy intellekt va raqamli texnologiyalar yordamida tahlil qilish usullari ham rivojlanmoqda. Kompyuter modellashtirish tizimlari orqali murakkab issiqlik jarayonlarining uch o'lchamli modellari yaratilmoqda va ularning vaqt bo'yicha o'zgarish dinamikasi aniqlanmoqda. Ayniqsa, katta hajmdagi hisoblashlarni amalga oshirishda parallel algoritmlar va yuqori unumdor



kompyuter tizimlari muhim rol o'ynaydi. Natijada murakkab texnologik jarayonlarni oldindan bashorat qilish, avariya holatlarning oldini olish hamda energiya samaradorligini oshirish imkoniyatlari kengaymoqda. Bu esa integro-differensial tenglamalarning nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham nihoyatda muhim ekanligini ko'rsatadi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, integro-differensial tenglamalar zamonaviy matematika va fizikada muhim ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Ular turli murakkab jarayonlarni matematik jihatdan ifodalash va tahlil qilish imkonini beruvchi samarali vosita sifatida keng qo'llanilmoqda. Ayniqsa, issiqlik tarqalishi bilan bog'liq jarayonlarni

o'rganishda ushbu tenglamalarning ahamiyati katta bo'lib, ular real fizik holatlarni aniqroq tasvirlashga xizmat qiladi.

Bugungi kunda energetika, sanoat, texnika va boshqa ko'plab sohalarida murakkab jarayonlarni o'rganishda matematik modellar muhim o'rin tutadi. Shu sababli integro-differensial tenglamalarni chuqur tadqiq etish ilm-fan taraqqiyoti bilan bir qatorda amaliy masalalarni samarali hal qilishda ham muhim ahamiyat kasb etadi. Umuman olganda, issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalarining nazariy asoslarini o'rganish zamonaviy matematik modellashtirishning dolzarb va istiqbolli yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. Matematik fizika tenglamalari. Moskva: Nauka, 1977. 735 b.
2. Rasulov T.R. Matematik fizika tenglamalari. Toshkent: O'qituvchi, 2016. 320 b.
3. Jo'rayev M.J. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari. Toshkent: Fan, 2019. 284 b.
4. Qodirov B.Q. Matematik modellashtirish va hisoblash usullari. Samarqand: SamDU nashriyoti, 2021. 256 b.
5. Islomov I.I. Matematik modellashtirish asoslari. Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2020. 286 b.
6. Axmedov A.J. Issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasi va amaliyoti. Toshkent: Fan va texnologiya, 2018. 214 b.
7. Volterra V. Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations. New York: Dover Publications, 1959. 240 p.
8. Polyanin A.D., Manzhirov A.V. Handbook of Integral Equations. Boca Raton: CRC Press, 2008. 1144 p.