Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

УДК: 519.6+614.8+551.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВАКУАЦИИ ЛЮДЕЙ ИЗ ЗДАНИЙ

https://doi.org/10.5281/zenodo.24296614

Вахабов Б
Кандидат физико-математических наук Академия МЧС Республики Узбекистан

Аннотация: *В статье рассматриваются математические подходы к моделированию эвакуации людей из зданий в условиях чрезвычайных ситуаций. Процесс эвакуации анализируется с учетом индивидуальных характеристик людей, скорости движения, геометрии здания и коридоров, пропускной способности выходов, плотности потока и задержки перед началом движения. Агентный подход сочетается с макроскопической моделью потока: каждый эвакуирующийся рассматривается как отдельный агент, движение которого, направление маршрута, взаимодействие с другими людьми и продвижение к безопасному выходу описываются математически. Отдельное внимание уделяется влиянию плотности на скорость движения, а также возникновению заторов и очередей возле дверей. На условном примере здания показаны основные этапы оценки времени эвакуации и определены факторы, способные влиять на безопасность процесса. Предложенный подход может использоваться для анализа планировочных решений, выявления потенциальных мест скопления людей и разработки организационных и инженерных мероприятий по повышению готовности к чрезвычайным ситуациям. Методика служит основой для дальнейших исследований и практического планирования.*

Ключевые слова: *эвакуация, чрезвычайная ситуация, математическая модель, агентная модель, движение людей, плотность потока, выходной маршрут, безопасность эвакуации.*

UO‘K: 519.6+614.8+551.5

BINOLARDAN AHOLINI EVAKUATSIYA QILISHNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

B.Vaxabov
Fizika-matematika fanlari nomzodi O‘zbekiston Respublikasi FVV Akademiyasi

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Annotatsiya: *Maqolada favqulodda vaziyatlar sharoitida binolarda aholini xavfsiz hududga evakuatsiya qilish jarayonini matematik modellashtirish masalalari yoritiladi. Evakuatsiya jarayoni insonlarning individual xususiyatlari, harakatlanish tezligi, bino va yo‘laklarning geometrik parametrlari, chiqish yo‘llarining o‘tkazuvchanligi, odamlar zichligi hamda harakatni boshlashdagi kechikishlar bilan bog‘liq holda tahlil qilinadi. Tadqiqotda agentli yondashuv va makroskopik oqim modeli qo‘llanib, har bir evakuatsiya qilinuvchi mustaqil agent sifatida qaraladi. Agentlarning harakat yo‘nalishi, o‘zaro ta’siri va xavfsiz chiqishga yetib borish jarayoni matematik ifodalar orqali tavsiflanadi. Shuningdek, zichlikning harakat tezligiga va chiqish joylarida yuzaga keladigan navbatlarga ta’siri ko‘rib chiqiladi. Shartli bino misolida evakuatsiya vaqtini baholash, jarayonning asosiy bosqichlarini aniqlash hamda xavfsizlikni oshirishga qaratilgan tashkiliy va muhandislik yechimlarini asoslash imkoniyatlari ko‘rsatiladi. Taklif etilgan yondashuv binolarning evakuatsiya rejalarini takomillashtirish, xavfli to‘planish nuqtalarini aniqlash va favqulodda vaziyatlarga tayyorgarlikni oshirishda qo‘llanishi mumkin.*

Kalit so‘zlar: *evakuatsiya, favqulodda vaziyat, matematik model, agentli model, odamlar harakati, zichlik, chiqish yo‘li, evakuatsiya xavfsizligi.*

MATHEMATICAL MODELING OF THE EVACUATION OF PEOPLE FROM BUILDINGS

B.Vakhabov
Candidate of Physical and Mathematical Sciences Academy of the MES of the Republic of Uzbekistan

Abstract: *This paper examines mathematical approaches to modelling the evacuation of occupants from buildings during emergencies. The evacuation process is considered in relation to individual pedestrian characteristics, walking speed, building and corridor geometry, exit capacity, crowd density, and delays before movement begins. An agent-based approach is combined with a macroscopic flow model, representing each evacuee as an individual agent whose movement, route direction, interactions with other occupants, and progress toward a safe exit can be described mathematically. The study also discusses how crowd density affects walking speed and how bottlenecks and queues may develop near exit doors. A hypothetical building scenario is used to illustrate the stages of evacuation-time assessment and to identify factors that may influence overall safety. The proposed modelling framework can support the evaluation of evacuation layouts, the identification of potential congestion points, and the development of organizational and engineering measures for emergency preparedness. The approach is intended as a methodological basis for further studies and practical planning.*

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

Keywords: *evacuation, emergency, mathematical model, agent-based model, pedestrian movement, crowd density, exit route, evacuation safety.*

ВВЕДЕНИЕ

При возникновении пожара, землетрясения, утечки газа или других чрезвычайных ситуаций в зданиях одной из основных задач безопасности жизнедеятельности является эвакуация людей в безопасную зону за короткое время. Эффективность эвакуации зависит не только от количества выходов, но и от того, как люди воспринимают сигнал, времени начала движения, выбора направления, скопления людей в коридорах и скорости прохождения через дверные проёмы.

Математическое моделирование процесса эвакуации позволяет оценивать проектные решения здания, выявлять узкие места, проверять распределение выходов и планировать организационные мероприятия. В обзоре моделей эвакуации из зданий, подготовленном NIST - Национальным институтом стандартов и технологий США (National Institute of Standards and Technology), отмечается, что модели по-разному учитывают такие факторы, как движение людей, поведение, выбор направления, задержка перед началом эвакуации, блокирование выходов и наличие людей с ограниченными возможностями [1].

Цель исследования - изложить математическую модель, описывающую движение людей внутри здания, рассчитать время эвакуации и показать факторы повышения безопасности на условном сценарии.

Анализ отечественной и зарубежной литературы. В Узбекистане вопросы безопасной эвакуации людей из зданий изучаются с учётом архитектурно-планировочных решений, эвакуационных путей, сигнализации, ориентирования и поведения людей. У. Назаров и М. Камолов проанализировали значение геометрии, вместимости, путей циркуляции, выбора выходов и систем навигации в общественных зданиях, обобщив рекомендации для местной практики [2].

В зарубежных исследованиях модели эвакуации подразделяются на макроскопические, агентные, основанные на cellular automata (клеточных автоматах), модели социальных сил и другие подходы. З.Ся, Т.Чжун и М.Лю сравнили различные методы и показали преимущества совместного применения моделей при описании сложных потоков людей [3]. Э.Кулиговски и соавторы подчёркивают необходимость учитывать при выборе модели структуру здания, состав людей, алгоритмы движения, поведение и возможности валидации [1].

В руководстве NIST по верификации и валидации рекомендуется проверять пять

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

основных компонентов модели: время до начала эвакуации, движение и навигацию, использование выходов, доступность маршрутов и ограничения потока [4]. Поэтому, несмотря на простоту расчётной модели, в данной статье отдельно рассматриваются её ограничения и необходимость проверки.

Математическая модель. Каждый эвакуируемый человек в здании рассматривается как отдельный агент. Координаты агента задаются в виде $r_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$, его скорость - $v_i(t)$, а выбранный маршрут определяется путём, ведущим к безопасному выходу. Упрощённое кинематическое уравнение движения имеет вид:

$$\frac{dr_i(t)}{dt} = v_i(t) \cdot e_i(t), \quad |e_i(t)| = 1 \qquad (1)$$

Здесь $e_i(t)$ - направление движения агента. Скорость свободного движения человека v_0 уменьшается по мере увеличения плотности людей ρ. Упрощённая эмпирическая зависимость имеет вид:

$$v(\rho) = v_0 \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right), \quad 0 \le \rho \le \rho_{max} \qquad (2)$$

Здесь ρ - плотность людей (чел./м^2.), ρ_{max} - максимальная плотность, принятая в модели. Данная линейная зависимость является методическим упрощением. В реальных условиях зависимость скорости от плотности должна выбираться на основе экспериментальных данных или нормативной модели.

Поток людей, проходящих через сечение коридора или дверного проёма, оценивается следующим образом:

$$Q = \rho \cdot v \cdot b \qquad (3)$$

Здесь Q - интенсивность потока (чел./с), b - эффективная ширина коридора или дверного проёма (м). Если максимальная пропускная способность выхода равна Q_{max}, то фактический поток ограничивается величиной $min(\rho v b, Q_{max})$. В узких местах образование очереди может определять общее время эвакуации.

Общее время эвакуации разделяется на три составляющие:

$$T_{ev} = T_{pre} + T_{move} + T_{queue} \qquad (4)$$

Здесь T_{pre} - время до начала движения людей; T_{move} - время движения по коридору; T_{queue} - время выхода через дверной проём по очереди. Время выхода агента, имеющего самый длинный маршрут и наибольшую очередь, определяет окончательное время эвакуации из здания.

1. Сценарий здания и агентная модель

Для расчёта условно принимается пятиэтажное здание, в котором на каждом этаже находится по 10 человек, то есть общее количество эвакуируемых составляет $N = 50$ человек. Ширина одного общего

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

эвакуационного выхода составляет $b = 1.2$ м., а длина общего коридора - $L = 18)$ м. Свободная скорость движения принимается равной $v_0 = 1.2$ м/с, максимальная плотность - $\rho_{max} =$ 5 чел./м², среднее время реакции до начала движения - $T_{pre} = 90$ с., а интенсивность потока на единицу ширины дверного проёма - $q = 1.3$ чел./(с·м).

Условная полезная площадь коридора:

$$A = L \cdot b = 18 \cdot 1.2 = 21.6 \text{ м}^2.$$

Если предположить, что люди одновременно распределены по коридору, то средняя плотность составляет:

$$\rho = \frac{N}{A} = \frac{50}{21.6} = 2.315 \text{ чел/м}^2 .$$

Таким образом, в среднем на каждый квадратный метр коридора приходится 2,315 человека. Это основано на упрощённом предположении о равномерном распределении людей вдоль коридора. Однако при увеличении количества людей и уменьшении расстояния между ними скорость движения снижается. Поэтому в агентной модели скорость связывается с плотностью людей согласно формуле (2):

$$v(\rho) = v_0 \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) = 1.2 \cdot \left(1 - \frac{2.315}{5}\right) = 0.644 \text{ м/с}.$$

В результате с учётом плотности людей средняя скорость движения в коридоре снижается с 1,2 м/с до 0,644 м/с, то есть люди движутся медленнее из-за скученности.

Теперь определим, за какое время люди проходят коридор длиной 18 метров:

$$T_{move} = \frac{L}{v} = \frac{18}{0.644} = 27.95 \text{ с.}$$

Таким образом, человек затрачивает приблизительно 28 секунд на движение по коридору. Это время характеризует движение вдоль коридора, а не образование очереди перед дверью.

Теперь рассчитаем время выхода 50 человек через дверной проём. Для этого сначала определим интенсивность потока. Известно, что ширина двери составляет $b = 1.2$ м, а эффективная интенсивность потока на единицу ширины дверного проёма равна $q = 1.3$ чел./(с·м). Этот показатель характеризует среднее количество людей, проходящих за одну секунду через каждый метр ширины дверного проёма.

Определим общую пропускную способность двери:

$$Q_{max} = q \cdot b = 1.3 \cdot 1.2 = 1.56 \text{ чел./с.}$$

Таким образом, при принятой условной интенсивности потока через дверной проём за одну секунду могут пройти 1,56 человека.

Теперь определим время выхода 50 человек через дверь:

$$T_{queue} = \frac{N}{Q_{max}} = \frac{50}{1.56} \approx 32.05 \text{ с.}$$

То есть для последовательного выхода 50 человек через дверной проём

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

потребуется приблизительно 32 секунды.

Общее время эвакуации рассчитывается по формуле (4):

$$T_{ev} = T_{pre} + T_{move} + T_{queue}$$
$$= 90 + 27.95 + 32.05$$
$$= 150 \text{ с } = 2.5 \text{ мин.}$$

Следовательно, с учётом скорости движения агентов, зависящей от плотности людей, время эвакуации оценивается в:

$$T_{ev} = 150 \text{ с } = 2.5 \text{ мин.}$$

Данный расчёт является упрощённым результатом агентной модели: индивидуальные характеристики агентов не моделируются отдельно, а представлены через среднюю плотность и скорость. В многоэтажном здании движение по лестницам, слияние потоков с разных этажей, расстояние между агентами, дым, выбор маршрута и блокирование выходов могут приводить к дополнительным задержкам. Поэтому при окончательном проектном расчёте необходимо отдельно моделировать каждый этаж, лестничные марши и точки слияния потоков.

2. Сценарий с улучшенной организацией эвакуации

Теперь рассмотрим меры по улучшению процесса эвакуации в здании. Например, более быстрое оповещение людей об опасности; чёткое обозначение направления эвакуации; организация упорядоченного движения людей к эвакуационному выходу; уменьшение заторов в коридоре.

В данном случае изменяются два показателя.

Показатель	**Базовый сценарий**	**Улучшенный сценарий**
Время реакции	90 с	72 с
Скорость движения	0,644 м/с	0,84 м/с
Длина коридора	18 м	18 м
Количество людей	50	50
Пропускная способность дверного проёма	1,56 чел./с	1,56 чел./с

При повторном расчёте приведённых выше параметров для улучшенного сценария с использованием формул (1)-(4) получаем:

$T_{move} = 21.43$ с; $Qmax = 1.3 \cdot 1.2 = 1.56$ чел./с;

$T_{queue} = 50/1.56 = 32.05$ с;

$T_{ev} = 72 + 21.43 + 32.05 = 125.48$ с. ≈ 2.09 мин.

$\Delta T = \frac{150.0 - 125.48}{150.0} \cdot 100\% \approx 16.35\%$.

При сравнении сценариев улучшенная организация эвакуации сокращает время эвакуации приблизительно на 16,35%. Полученный результат относится только к методическому сценарию, в котором изменены время реакции и эффективная

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

скорость движения; в реальном здании влияние пропускной способности выходов, потоков с разных этажей и поведения людей может быть иным.

На рисунке 1 условными линиями представлена динамика выхода 50 человек в зависимости от времени.

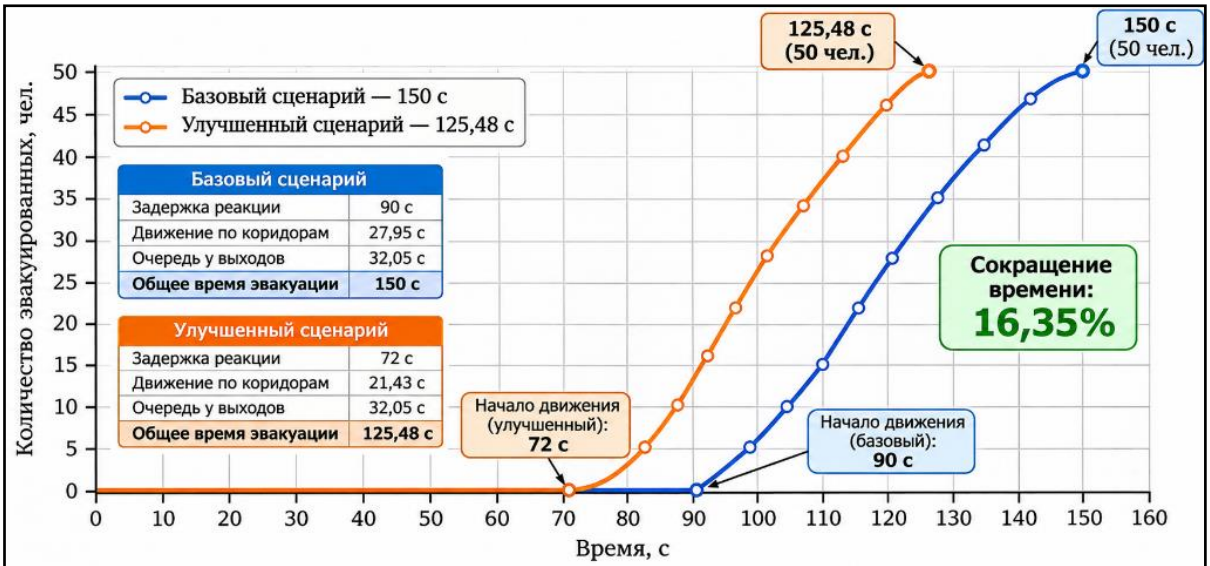


Рисунок 1. Условная динамика эвакуации 50 человек

Ограничения и рекомендации. Точность модели эвакуации зависит от правильного задания геометрии здания, характеристик агентов, скорости движения, времени реакции, пропускной способности дверей и правил выбора направления движения. Люди не передвигаются с одинаковой скоростью; для детей, пожилых людей, людей с инвалидностью и групп, нуждающихся в помощи, необходимо использовать отдельные параметры. Кроме того, дым, высокая температура, ухудшение видимости и блокирование выходов могут изменять выбор маршрута.

Для практического применения модели предлагаются следующие рекомендации:

1. Создать цифровую модель здания с точным указанием его геометрических размеров.
2. Учитывать количество и состав людей на каждом этаже.
3. Определять время подачи сигнала и реакции людей на основе учений или наблюдений.
4. Отдельно оценивать пропускную способность основных и запасных выходов.
5. Проверять несколько сценариев, включая блокирование выхода и встречные потоки.

В соответствии с рекомендациями NIST результаты модели следует оценивать не только по итоговому времени, но и с учётом выбора направления движения людьми, использования выходов, образования очередей, доступности маршрутов и

Latin American Journal of Education
www.lajoe.org

неопределённости поведения [4]. Для зданий местного назначения соответствие модели нормативным требованиям должно проверяться ответственными специалистами.

Заключение. Математическое моделирование эвакуации людей из зданий позволяет количественно оценить взаимодействие между движением людей и инфраструктурой здания. При агентном подходе учитываются положение каждого человека, направление движения, время реакции и локальная плотность.

Полученные результаты представляют собой методический пример. Для применения модели к реальному объекту необходимо использовать планы здания, распределение людей по этажам, индивидуальные скорости и время реакции, фактическую пропускную способность выходов, а также провести калибровку по данным эвакуационных учений.

В дальнейших исследованиях необходимо выполнить полную симуляцию стохастических параметров каждого агента, правил столкновения, влияния лестниц и дыма.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Kuligowski E.D., Peacock R.D., Hoskins B. L. A Review of Building Evacuation Models, 2nd Edition. NIST Technical Note 1680. 2010. https://www.nist.gov/publications/review-building-evacuation-models-2nd-edition

2. Nazarov U., Kamolov M. Architectural and Design Issues Ensuring Safe Evacuation from Buildings in Emergency Situations: A Case-Study Research. Research Focus, 5(5), 2026, 289–297. https://doi.org/10.66073/researchfocus.v5i5.2288

3. Xia Z., Zhong T., Liu M. Modeling crowd evacuation of a building based on seven methodological approaches. Building and Environment, 44(3), 2009, 437–445. https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2008.04.002

4. Ronchi E., Kuligowski E., Reneke P., Peacock R., Nilsson D. The Process of Verification and Validation of Building Fire Evacuation Models. NIST Technical Note 1822. 2013. https://doi.org/10.6028/NIST.TN.1822

5. Kuligowski E. A Multi-disciplinary Perspective on Representing Human Behavior in Evacuation Models. NIST, 2017. https://www.nist.gov/publications/multi-disciplinary-perspective-representing-human-behavior-evacuation-models

6. Malodushev S.V., Rogov A.A., Voronov R.V. Mathematical model for evacuation people from corridor-type buildings. Vestnik S.-Peterburg Univ., 15(3), 2019, 375–384. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2019.307